

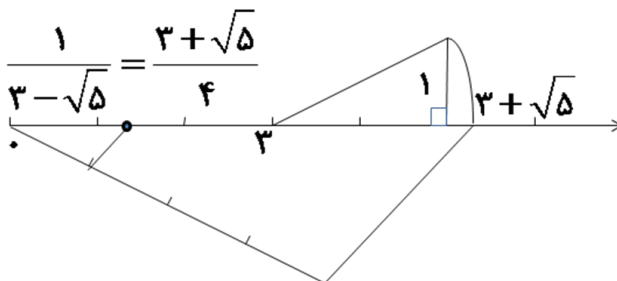


$$\left| \frac{2\sqrt{2}-\sqrt{5}-2+\sqrt{5}}{-\sqrt{2}+1} \right| = 0/5 \quad \left| \frac{2(\sqrt{2}-1)}{-\sqrt{2}+1} \right| = 2 \quad 0/5$$

(۱) الف - بدون قدر مطلق بنویسید.

$$\frac{1}{3-\sqrt{5}} \times \frac{3+\sqrt{5}}{3+\sqrt{5}} = \frac{3+\sqrt{5}}{4}$$

ب - عدد مقابل را روی محور اعداد حقیقی نمایش دهید.



۲ - الف) بازبان ریاضی بنویسید. (مجموع مکعب بعضی از اعداد طبیعی با خودش برابر ۲ است). $\exists x \in \mathbb{N} \quad 0/25 ; \quad x^3 + x = 2 \quad 0/25$

ب) حاصل عبارت مقابل را به صورت نماد علمی بنویسید.

$$= 0/000...034 \times 2100 = \frac{3}{4} \times 10^{-(n-1)} \quad (0/25) \quad \times 2/1 \times 10^3 \quad (0/25) = 7/14 \times 10^{-n+4} \quad (0/25)$$

$(n-2)$ تا صفر

$$150 = 2 \times 3 \times 5^2 \quad (0/25)$$

۳ -

b باید مضارب ۵۰ باشد در صورتیکه $300 < b \leq 750$ (۰/۲۵)

ولی نه مضرب ۳ (۰/۲۵) ۷۰۰ و ۶۵۰ و ۵۵۰ و ۵۰۰ و ۴۰۰ و ۳۵۰ شش عدد طبیعی وجود دارد (۰/۲۵)

۴ -

$$\frac{4 \times 5^x + 3 \times 5^{x+1} + 30 \times 5^{x-1}}{6 \times 3^{x-1} - 3^{x+3}} = \frac{5^x(4+15+6)}{3^x(2-27)} = \frac{5^x \times 25}{3^x(-25)} = -\left(\frac{5}{3}\right)^x$$

(0/25) (0/25) (0/25)

$$\frac{12}{\sqrt[3]{3} \sqrt{2}} = \frac{12}{\sqrt[6]{3^2 \times 2}} \times \frac{\sqrt[6]{3^4 \times 2^5}}{\sqrt[6]{3^4 \times 2^5}} = \frac{12 \sqrt[6]{2592}}{3 \times 2} = 2 \sqrt[6]{2592}$$

(0/25) (0/25)

(ب)

الف) $\frac{2}{5 \times 13} + \frac{2}{13 \times 21} + \frac{2}{21 \times 29} + \dots + \frac{2}{77 \times 85} =$

$$\frac{1}{4} \left[\left(\frac{1}{5} - \frac{1}{13} \right) + \left(\frac{1}{13} - \frac{1}{21} \right) + \left(\frac{1}{21} - \frac{1}{29} \right) + \dots + \left(\frac{1}{77} - \frac{1}{85} \right) \right] = \frac{1}{4} \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{85} \right) = \frac{1}{5} \times \frac{16}{85} = \frac{4}{85}$$

(0/5) (0/25) (0/25)

ب) $\sqrt[6]{7+4\sqrt{3}} \times \sqrt[3]{2-\sqrt{3}} = \sqrt[6]{7+4\sqrt{3}} \times \sqrt[6]{(2-\sqrt{3})^2} = \sqrt[6]{(7+4\sqrt{3})(7-4\sqrt{3})} = \sqrt[6]{49-48} = 1$

(0/25) (0/25) (0/25)

(۶)

$x^4 + 5x^3 - 3x^2 - 1$	$x^2 - 1 \neq 0$ 0/25
$-x^4 + x^2$	$x^2 + 5x - 2$
$5x^3 - 2x^2$	0/5
$-5x^3 + 5x$	
$-2x^2 + 5x$	
$2x^2 - 2$	
$5x - 3$	
	0/25

۷ - دستگاه زیر را حل کنید. \Rightarrow $\cdot / 5 \Rightarrow$ $x - 2y = -4$

$$\begin{cases} 4^x - 2y = \frac{1}{256} \\ 9^x - 2 \times 27^y + 3 = \sqrt{243} \end{cases} = \begin{cases} 4^x - 2y = 4^{-4} \\ 3^{2x-4} \times 3^{3y+9} = 3^{\frac{5}{2}} \end{cases} \cdot / 5 \Rightarrow \begin{cases} x - 2y = -4 \\ 2x + 3y = -\frac{5}{2} \end{cases} \cdot / 25 \Rightarrow$$

$$\begin{cases} 3(x - 2y = -4) \\ 2x + 3y = -\frac{5}{2} \end{cases} \Rightarrow 7x = -17 \Rightarrow x = \frac{-17}{7}, \quad y = \frac{11}{14} \cdot / 5$$

۸ - حاصل عبارات زیر را به کمک اتحاد ها بیابید .

الف) $(x^3 + 3y^2)(x^9 - 27y^6)(x^6 - 3x^3y^2 + 9y^4) = (x^9 + 27y^6)(x^9 - 27y^6) = x^{27} - 729y^{18}$

(0/5) (0/25)

ب) $(x^2 - 5x - 3y)(x^2 - 3y + 2x - 3) = (x^2 - 3y)^2(-5x + 2x - 3)(x^2 - 3y) + (-5x)(2x - 3) =$

(0/5)

$$x^4 + 9y^2 - 6x^2y - 3x^3 + 9xy - 3x^2 + 9y - 10x^2 + 15x = x^4 + 9y^2 - 6x^2y - 3x^3 + 9xy - 13x^2 + 9y + 15x$$

(0/5)

- 9

$$a^2 + b^2 = 25 \Rightarrow (a - b)^2 + 2ab = 25 \quad 9 + 2ab = 25 \Rightarrow ab = 3$$

(0/25)

(0/25)

$$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + b^2 + ab) = 3(25 + 3) = 84$$

(0/25)

(0/25)

۱۰ - تجزیه کنید.

$$\text{الف) } 10x^2 - x - 3 = A \quad 100x^2 - 10x - 30 = 10A \Rightarrow (10x - 6)(10x + 5) = 10A \quad \cdot/۲۵ \Rightarrow (5x - 3)(2x + 1) = A \quad \cdot/۲۵$$

$$\text{ب) } (x^2 + 3x - 1)^2 - 2x^2 - 6x - 1 = (x^2 + 3x - 1)^2 - 2(x^2 + 3x - 1) - 3 \quad \cdot/۲۵$$

$$(x^2 + 3x - 4)(x^2 + 3x) = (x + 4)(x - 1)x(x + 3)$$

(0/25)

(0/25) (0/25)

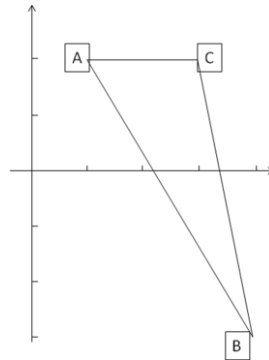
۱۱ - مجموع مربعات دو عدد زوج طبیعی متوالی ۵۲ است. آن دو عدد را بیابید.

$$x^2 + (x + 2)^2 = 52 \quad \cdot/۲۵ \quad 2x^2 + 4x - 48 = 0 \Rightarrow x^2 + 2x - 24 = 0 \Rightarrow (x + 6)(x - 4) = 0 \quad \cdot/۲۵$$

$$\Rightarrow x = -6 \quad \text{غ ق ق} \quad 0/25$$

$$x = 4 \Rightarrow x + 2 = 6 \quad 0/25$$

- ۱۲



۰/۲۵

$$AB = \sqrt{(4 - 1)^2 + (-3 - 2)^2} = \sqrt{9 + 25} = \sqrt{34} \quad 0/25$$

$$AC = \sqrt{(3 - 1)^2 + (2 - 2)^2} = 2 \quad 0/25$$

$$BC = \sqrt{(4-3)^2 + (-3-2)^2} = \sqrt{1+25} = \sqrt{26} \quad (0/25)$$

خیر مثلث متساوی الساقین نیست ۰/۲۵

$$9x^4 - 12x^2y + \dots = 9x^4 - 12x^2y + 4y^2$$

(0/25)

۱۳ - در جای خالی عبارتی قرار دهید که مربع کامل باشد.

$$(3x^2 - a)^2 \Rightarrow 6ax^2 = 12x^2y \Rightarrow a = 2y$$

(0/25)

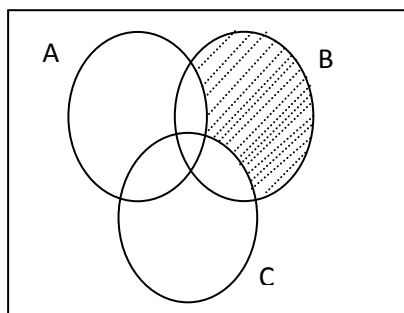
۱۴ - هریک از مجموعه‌های زیر را با علائم ریاضی بنویسید.

الف) $A = \{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\} \Rightarrow A = \{x \in \mathbb{Z} \mid x^2 \leq 10\}$ (0/5)

ب) $A = \left\{1, -\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, -\frac{1}{4}, \dots\right\} \Rightarrow A = \left\{\frac{(-1)^{n-1}}{n} \mid n \in \mathbb{N}\right\}$ (0/5)

(0/5)

- ۱۵



۱۶ - به کمک جبر مجموعه‌ها هر یک از روابط زیر را ثابت کنید.

$$1) (A - B) \cup (A \cap B) \cup (B - A) = A \cup B \quad (0/75)$$

$$\begin{aligned} (A \cap B') \cup (A \cap B) \cup (B \cap A') &= A \cap (B' \cup B) \cup (B \cap A') = \\ A \cap (M) \cup (B \cap A') &= A \cup (B \cap A') = (A \cup B) \cap (A \cup A') = \\ (A \cup B) \cap (M) &= (A \cup B) \end{aligned}$$

$$(A \cup B) - (A \cup C) = \quad (0/75)$$

$$\begin{aligned} (A \cup B) \cap (A \cup C)' &= (A \cup B) \cap (A' \cap C') = [(A \cup B) \cap A'] \cap C' = \\ [(A \cap A') \cup (A' \cap B)] \cap C' &= [(M) \cup (A' \cap B)] \cap C' = \\ (A' \cap B) \cap C' &= (B - A) - C \end{aligned}$$

$$x^2 + x + 1 = 4x \quad \frac{x^2 + 1 = 3x}{x} \quad 0/25 \quad x + \frac{1}{x} = 3 \quad 0/25$$

$$x^2 + \frac{1}{x^2} + 2 = 9 \quad x^2 + \frac{1}{x^2} = 7 \quad 0/25$$

$$\frac{x^2}{x^4 + x^2 + 1} = \frac{1}{x^2 + 1 + \frac{1}{x^2}} = \frac{1}{7 + 1} = \frac{1}{8} \quad 0/25$$